Harmonogramowanie i optymalizacja tras serwisantów w ekonomii współdzielenia

Przemysław Szufel
Szkoła Główna Handlowa w Warszawie

M. Nowak, P. Szufel (2024)
Technician routing and scheduling for the sharing economy,
European Journal of Operational Research, vol. 314 iss 1(1), pp 15-31

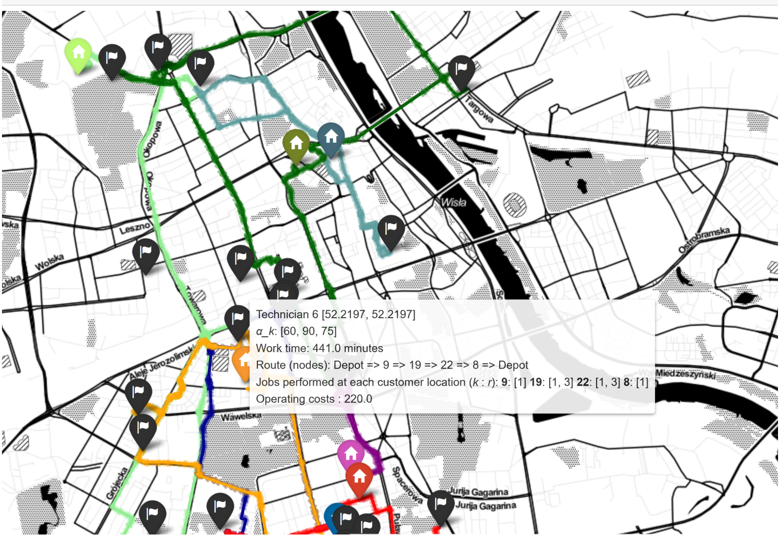
Badania finansowane przez Narodowe Centrum Nauki, 2021/41/B/HS4/03349

Cel

Harmonogramowanie i optymalizacja tras techników w celu minimalizacji całkowitego czasu podróży i świadczenia usług

- trasy w wielodniowym horyzoncie czasowym
- różne wymagania klientów dotyczące usług (wiele typów usług)
- heterogeniczne kompetencje techników
- heterogeniczna znajomość lokalizacji serwisowych klientów
- wiele punktów bazowych (każdy technik wyrusza ze swojej siedziby)
- wiele typów zamówień, dwa różne zamówienia mogą być wykonane w tym samym dniu przez jednego lub dwóch różnych techników lub w kolejne dni

Ilustracja problemu



Parametry modelu i zmienne decyzyjne (**x** i **y**)

$n \in N$	klient, gdzie N jest zbiorem klientów
$k \in K$	technik wykonujący zadania
$r \in R$	pojedynczy typ zadania, R — zbiór typów zadań
a_{ij}	czas podróży pomiędzy wierzchołkami i i j
α_{kr}	czas potrzebny technikowi k do wykonania zadania typu r
β_{nk}	czas potrzebny do znalezienia punktu serwisowego w lokalizacji $n \in N$ przez technika $k \in K$
B_k	dzienny budżet czasowy technika $k \in K$
$t \in T$	dzień t w horyzoncie planowania T
d_{nr}^t	zapotrzebowanie klienta n na usługi typu r w dniu t
τ	Dzień w dwudniowym ruchomym horyzoncie czasowym (ang. *rolling time horizon*), $\tau \in \bar{t}$, $\bar{t} = \{t, t'\}$
$\mathcal{C}(.)$	koszty podróży: $\mathcal{C}(a_{ij})$, zadań: $\mathcal{C}(\alpha_{kr})$ i lokalizacji: $\mathcal{C}(\beta_{nk})$
$\gamma_{nr}(\delta)$	koszty kary za opóźnienie
x_{ijk}^t	technik k podróżuje łukiem (i, j) w czasie t
y_{nkr}^t	usługa r dostarczona klientowi n przez technika k w cz. t

Zadanie optymalizacyjne (MILP)

Cel: minimalizacja całkowitych kosztów serwisowych

- przejazdów w ramach sieci — $\mathcal{C}(a_{ij})$
- identyfikacji lokalizacji serwisowej u klienta — $\mathcal{C}(\beta_{nk})$
- wykonywania zadań — $\mathcal{C}(\alpha_{kr})$
- kar za opóźnienia — $\gamma_{nr}(\delta)$

Warunki ograniczające

1. standardowe ograniczenia w modelach MILP dla trasowania
2. przydziały zadań y^{τ}_{nkr} muszą odpowiadać odwiedzonym klientom x^{τ}_{ijk} $\Longleftarrow$ **x** i **y** to zmienne decyzyjne
3. każdy technik musi zakończyć pracę w ramach dostępnego budżetu czasowego B_k
4. dwóch techników może odwiedzić tę samą lokalizację w danym dniu

Zadanie optymalizacyjne — warunki ograniczające

$$\sum_{k\in K}\sum_{\tau\in\bar{t}} y^{\tau}_{nkr} \leq d^{t}_{nr} \qquad \forall n\in N, r\in R \tag{1a}$$

$$\sum_{k\in K} y^{\tau}_{nkr} \leq 1 \qquad \forall n\in N, r\in R, \tau\in\bar{t} \tag{1b}$$

$$\sum_{i\in V} x^{\tau}_{ink} \geq y^{\tau}_{nkr} \qquad \forall n\in N; k\in K, r\in R, \tau\in\bar{t} \tag{1c}$$

$$\sum_{j\in V} x^{\tau}_{ijk} = \sum_{j\in V} x^{\tau}_{jik} \qquad \forall i\in V; k\in K, \tau\in\bar{t} \tag{1d}$$

$$\sum_{i,j\in E} x^{\tau}_{ijk} \leq |E|-1 \qquad \forall E\subseteq N; k\in K, \tau\in\bar{t} \tag{1e}$$

$$\sum_{i\in V_k\setminus\{k\}, j\in V} x^{\tau}_{ijk} = 0 \qquad \forall k\in K; \tau\in\bar{t} \tag{1f}$$

Zadanie optymalizacyjne — warunki ogr. (c.d.)

$$\sum_{i \in V} x_{ink}^{\tau} \leq \sum_{r \in R} y_{nkr}^{\tau} \qquad \forall n \in N; k \in K; \tau \in \bar{t} \tag{2a}$$

$$x_{ijk}^{\tau} \in \{0,1\} \qquad \forall (i,j) \in A; k \in K; \tau \in \bar{t} \tag{2b}$$

$$y_{nkr}^{\tau} \in \{0,1\} \qquad \forall n \in N; k \in K; r \in R; \tau \in \bar{t} \tag{2c}$$

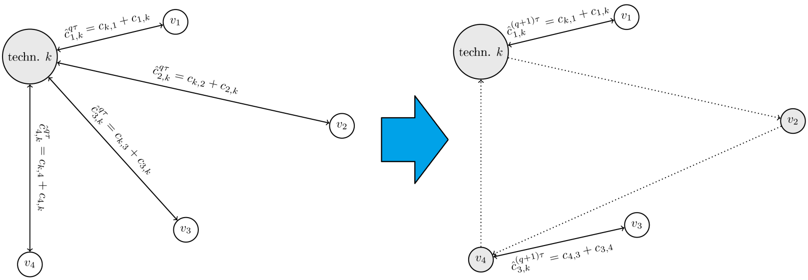
$$\sum_{n \in N} \sum_{r \in R} \beta_{nk} y_{nkr}^{\tau} + \sum_{n \in N} \sum_{r \in R} \alpha_{kr} y_{nkr}^{\tau} + \sum_{(i,j) \in A} a_{ij} x_{ijk}^{\tau} \leq B_k$$

Wyzwania oraz sposób ich zaadresowania

- Wyzwania — Czas obliczeń podstawowego modelu MILP (ang. *baseline model* — BL)
    - Czas obliczeniowy zdefiniowanego modelu MILP rośnie wykładniczo
    - Model można rozwiązać dla maksymalnie 10 (14 z użyciem tzw. leniwych ograniczeń) klientów i 3 techników (Gurobi)
- Rozwiązanie — opracowanie heurystyki
    - Zachłanna (naiwna) — używana dalej jako punkt odniesienia
    - Aproksymacja kosztów trasowania (ang. *routing cost approximation* — RA)

Heurystyka aproksymacja kosztów trasowania

1. Wyznacz pesymistyczne koszty uwzględnienia każdego węzła w trasie
2. Podejście iteracyjne dwuetapowe: **Etap I**: optymalizuj koszty związane z usługami i **Etap II**: optymalizuj kosztów trasowania
3. Post-optymalizacja ostatecznego rozwiązania przy użyciu podejścia zachłannego



Two-stage approach for routing approximation (RA)

$\hat{x}_{nk}^{q\tau} = 0 \qquad \forall n \in N, k \in K, \tau \in \bar{t}$

$H_k^{q\tau} = 0 \qquad \forall k \in K, \tau \in \bar{t}$

$\hat{a}_{nk}^{q\tau} = a_{kn} + a_{nk} \qquad \forall n \in N, k \in K, \tau \in \bar{t}$

$q = 0, \qquad g = 1$

while $g \geq 1$ **do**

  $\hat{\mathbf{x}}^*, \mathbf{y}^*$ = [optimize Equation 6] ▷ Stage I (allocation)

  $\mathbf{x}^*$ = [optimize Equation 8] ▷ Stage II (exact route)

  foreach $k \in K, \tau \in \bar{t}$ **do**

    foreach $n \in N$ **do**

      $\hat{a}_{nk}^{(q+1)\tau} = \min \left(\{\hat{a}_{nk}^{q\tau}\} \cup \{a_{ni} + a_{in}; i \in N \wedge \hat{x}_{ik}^{(q+1)\tau} = 1\} \right)$

    end

    $H_k^{(q+1)\tau} = \sum_{(i,j) \in A} a_{ij} x_{ijk}^{*\tau}$

  end

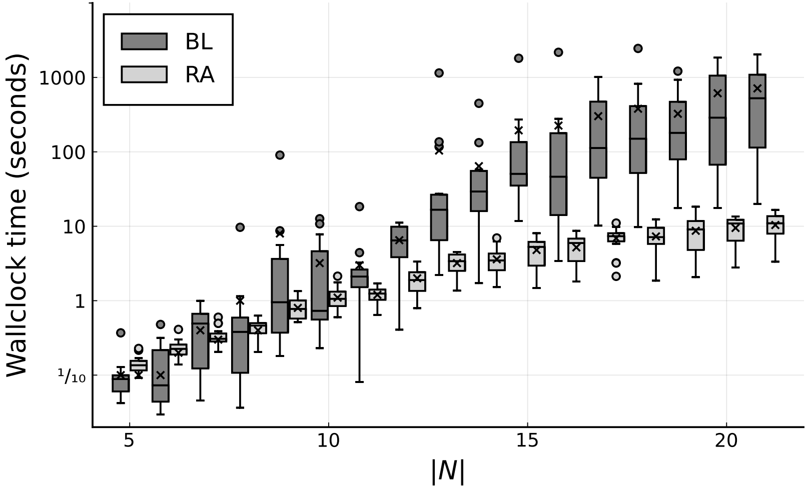
  $g = \sum_{i \in N, k \in K, \tau \in \bar{t}} \left(\hat{x}_{ik}^{(q+1)\tau} - \hat{x}_{ik}^{q\tau} \right)$

  $q = q + 1$

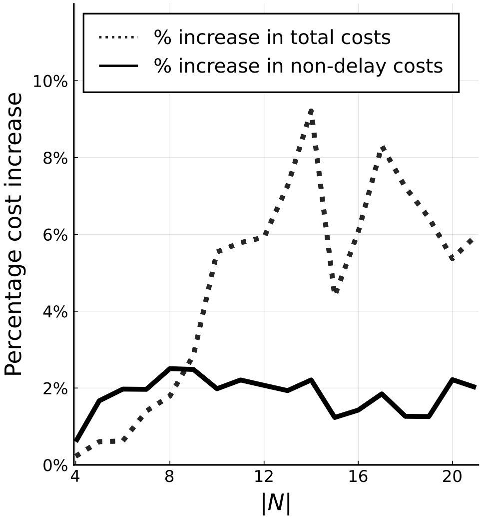
end

return $\hat{\mathbf{x}}^q$

Czasy obliczeń BL — MILP, RA = aproksymacja trasowania



Spadek jakości R.O. związku ze stosowaniem heurystyki aproksymacji trasowania



Struktura specjalizacji techników

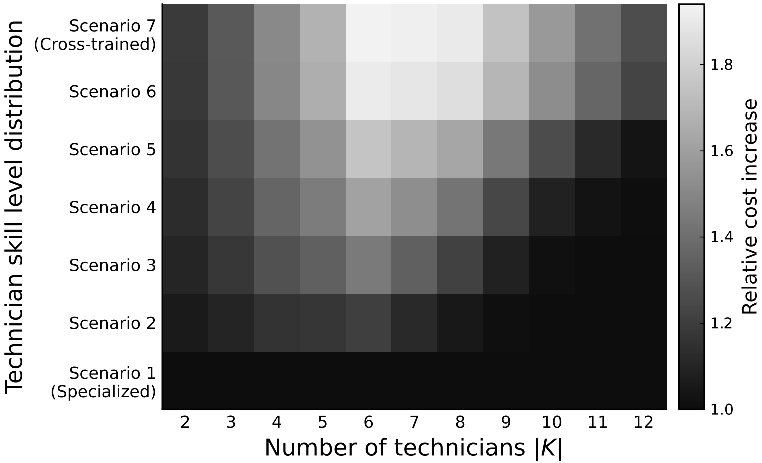
Rozważany scenariusz	α'	α''
1	40	∞
2	50	150
3	60	140
4	70	130
5	80	120
6	90	110
7	100	100

Tabela 1. czasy (w minutach) potrzebne na wykonanie każdego typu zadania α' i α'' przez techników.

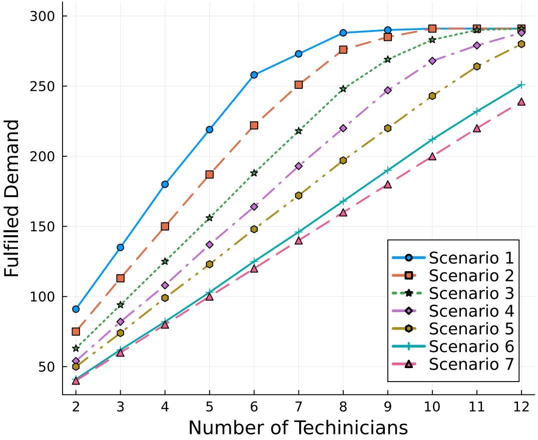
$\Rightarrow$W Scenariuszu 1 każdy technik posiada tylko jedną kompetencję, ale jest bardzo wyspecjalizowany i może zakończyć pracę już w 40 minut.

$\Rightarrow$Scenariusz 7 to technicy typu "złota rączka".

Czy warto budować flotę składającą się ze "złotych rączek"



Zaspokojenie popytu a profile specjalizacji techników



Scenariusz **1** — wąska specjalizacja techników

Scenariusz **7** — "złote rączki"

Podsumowanie

- Skonstruowano zadanie optymalizacyjne dla trasowania i przydziału zadań technik w ekonomii współdzielenia
- Opracowano efektywną dedykowaną heurystykę aproksymacji kosztów trasowania (RA)
- Eksperymenty numeryczne pokazują że system w którym technicy są wąsko-specjalizowani dla danych typów usług ma niższe koszty operacyjne niż system o szerokiej specjalizacji
- Heurystyka RA może być z powodzeniem zastosowana do problemów o rzeczywistej skali

Więcej informacji w artykule: M. Nowak, P. Szufel (2024)
Technician routing and scheduling for the sharing economy
European Journal of Operational Research, vol. 314 iss 1(1), pp 15-31

Badania finansowane przez Narodowe Centrum Nauki, 2021/41/B/HS4/03349